

Zad.1. Liczba przeciwna do liczby $(1 - \sqrt{3})^2$ jest równa:

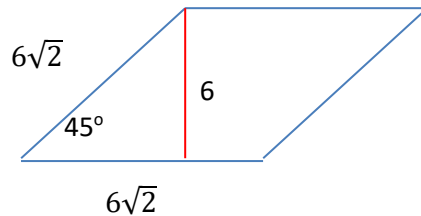
A	$4 - 2\sqrt{3}$	B	$4 + 2\sqrt{3}$	C	$-4 + 2\sqrt{3}$	D	-2
----------	-----------------	----------	-----------------	----------	------------------	----------	------

$$(1 - \sqrt{3})^2 = (1 - \sqrt{3}) \cdot (1 - \sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} - \sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$-(4 - 2\sqrt{3}) = -4 + 2\sqrt{3}$$

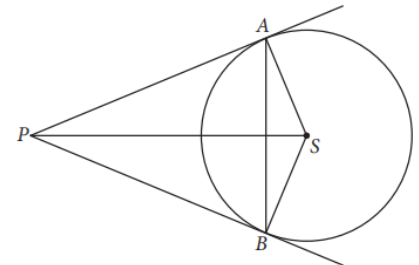
Zad.2. Dany jest romb, w którym kąt ostry ma miarę 45° , a wysokość wynosi 6 cm. Ile wynosi pole tego rombu?

A	$36\sqrt{2} \text{ cm}^2$	B	36 cm^2	C	$24\sqrt{2} \text{ cm}^2$	D	$18\sqrt{2} \text{ cm}^2$
----------	---------------------------	----------	-------------------	----------	---------------------------	----------	---------------------------



$$Pole = a \cdot h = 6\sqrt{2} \cdot 6 = 36\sqrt{2}$$

Zad.3. Z punktu P poprowadzono dwie styczne do okręgu w punktach A i B (zobacz rysunek). Promień okręgu ma długość 5, a odległość punktu P od środka S tego okręgu jest równa 13. Ile wynosi pole deltoidu PBSA?



$$P\Delta PSA = P\Delta PSB$$

$$PA^2 + AS^2 = PS^2$$

$$PA^2 + 5^2 = 13^2$$

$$PA^2 = 169 - 25$$

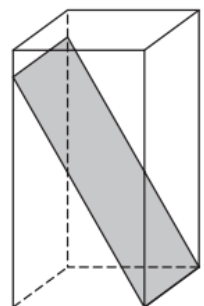
$$PA = \sqrt{144} = 12$$

$$Pole\ deltoidu = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 60$$

A	30	B	60	C	64	D	65
----------	----	----------	----	----------	----	----------	----

Zad.4. Krawędź podstawy graniastostupa prawidłowego czworokątnego jest równa 1. Graniastostup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i tworzącą z tą podstawą kąt 60° (zobacz rysunek). Pole otrzymanego przekroju wynosi:

A	1
B	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C	$\sqrt{3}$
D	2



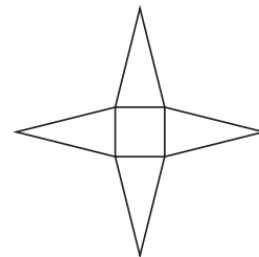
1

Zad.5. Punkt $A=(-1, 3)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego ABC o podstawie AB. Punkt $D=(5, -4)$ jest spodkiem wysokości CD tego trójkąta. Współrzędne wierzchołka B są równe:

A	$(11, -11)$	B	$(-11, 11)$	C	$(-7, 10)$	D	$7, -10$
---	-------------	---	-------------	---	------------	---	----------

Zad.6. Siatka ostrosłupa prawidłowego czworokątnego składa się z kwadratu i czterech trójkątów (rysunek obok). Pole każdej z wymienionych figur jest równe 4. Długość krawędzi bocznej tego ostrosłupa jest równa:

A	$\sqrt{5}$
B	$2\sqrt{5}$
C	$\sqrt{17}$
D	$2\sqrt{17}$



Zad.7. Wszystkie oceny Ani z matematyki to 5, 4, 6, 5, 5 i nieznaną oceną x . Średnia arytmetyczna wszystkich ocen Ani jest większa niż ich mediana. Tą oceną może być

A	3	B	4	C	5	D	6
---	---	---	---	---	---	---	---

Zad.8. W graniastopie prawidłowym czworokątnym, którego krawędź podstawy ma długość a , pole powierzchni bocznej jest 8 razy większe od pola podstawy. Objętość tego graniastopu wynosi:

A	$8a^3$	B	$2a^3$	C	$\frac{a^3}{32}$	D	$\frac{2}{3}a^3$
---	--------	---	--------	---	------------------	---	------------------

Zad.9. Punkt $P = (-6, -8)$, przekształcono najpierw w symetrii względem osi OX, a potem w symetrii względem osi OY. W wyniku tych przekształceń otrzymano punkt Q. Zatem:

A	$Q = (6, 8)$	B	$(-6, -8)$	C	$(8, 6)$	D	$(-8, -6)$
---	--------------	---	------------	---	----------	---	------------

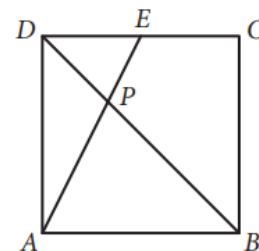
Zad.10. Liczba osobników pewnego zagrożonego wyginięciem gatunku zwierząt wzrosła w stosunku do liczby tych zwierząt z 31 grudnia 2011 r. o 120% i obecnie jest równa 8910. Ile zwierząt liczyła populacja tego gatunku w ostatnim dniu 2011 roku?

A	4050	B	1782	C	7425	D	7128
---	------	---	------	---	------	---	------

OTWARTE

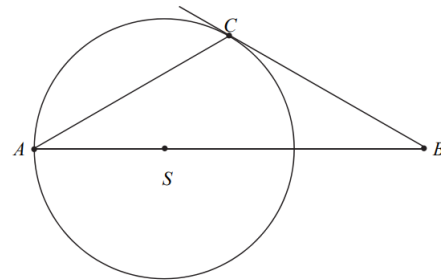
Zad.1. Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych mniejszych od 30 losujemy dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A, w którym obie wylosowane liczby będą podzielne przez 3.

Zad.2.** W kwadracie ABCD, w którym punkt E jest środkiem boku CD, poprowadzono przekątną BD i odcinek AE, które przecięły się w punkcie P. Uzasadnij, że suma pól trójkątów ABP i DEP stanowi $\frac{5}{12}$ pola kwadratu ABCD.



Zad.3. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym o wysokości $2\sqrt{3}$ krawędź boczna tworzy z podstawą kąt 45° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad.4. Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r , a środek S tego okręgu leży na boku AB trójkąta (zobacz rysunek). Prosta BC jest styczna do tego okręgu w punkcie C, a ponadto $|AC| = r\sqrt{3}$. Wykaż, że kąt ACB ma miarę 120° .

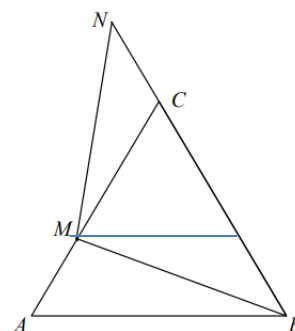


Zad.5. Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowana liczba ma w zapisie dziesiętnym cyfrę dziesiątek, która należy do zbioru $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, i jednocześnie cyfrę jedności, która należy do zbioru $\{0, 2, 4, 6, 8\}$.

Zad.6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej prostopadła do krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad.7. Trójkąt ABC przedstawiony na poniższym rysunku jest równoboczny, a punkty B, C, N są współliniowe. Na boku AC wybrano punkt M tak, że $|AM| = |CN|$. Wykaż, że $|BM| = |MN|$.

$$\begin{aligned} \Delta MCN &\equiv \Delta BMX \text{ (bok, kąt, bok)} \\ MC &= MX \\ BX &= NC \\ \text{kąt}MCN &= \text{kąt}BXM \\ MN &= BM \end{aligned}$$



Zad.8*. Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ jest wielokrotnością liczby 10.

Zad.9. Dany jest trapez, w którym podstawy mają długość 4 cm i 10 cm oraz ramiona tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach 30° i 45° . Oblicz wysokość tego trapezu.